

Ejercicios de Sistemas de Ecuaciones Lineales

1. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de igualación:

$$\text{a) } \begin{cases} 4x - 3y = 11 \\ -x + 7y = -9 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 11 \\ -x + 7y = -9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{11+3y}{4} \\ x = 7y+9 \end{cases} \rightarrow \frac{11+3y}{4} = 7y+9$$

$$11+3y = 28y+36; \quad -25y = 25; \quad y = -1 \rightarrow x = 2$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 4y = 20 \\ 7x - 3y = 19 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2x + 4y = 20 \\ 7x - 3y = 19 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{20-4y}{2} \\ x = \frac{19+3y}{7} \end{cases} \rightarrow \frac{20-4y}{2} = \frac{19+3y}{7}$$

$$10-2y = \frac{19+3y}{7}; \quad 70-14y = 19+3y; \quad 51 = 17y$$

$$\text{luego: } y = 3 \rightarrow x = 4$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x - 8y = -7 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 3x - 8y = -7 \\ x + 2y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-7+8y}{3} \\ x = -2y \end{cases} \rightarrow \frac{-7+8y}{3} = -2y$$

$$-7+8y = -6y; \quad -7 = -14y; \quad y = \frac{1}{2}; \quad x = -1$$

2. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución:

$$\text{a) } \begin{cases} 8x - 6y = 12 \\ 3x + 4y = -8 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 8x - 6y = 12 \\ 3x + 4y = -8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{12 + 6y}{8} \\ 3\left(\frac{12 + 6y}{8}\right) + 4y = -8 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \frac{36 + 18y}{8} + 4y = -8 \end{array} \right.$$

$$\frac{36 + 18y + 32y}{8} = -8; \quad 36 + 50y = -64; \quad y = -2; \quad x = 0$$

$$b) \begin{cases} 2x + 4y = 14 \\ -4x + y = -1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2x + 4y = 14 \\ -4x + y = -1 \end{cases} \rightarrow x = \frac{14 - 4y}{2} = 7 - 2y; \quad -4(7 - 2y) + y = -1$$

$$-28 + 8y + y = -1; \quad y = 3; \quad x = 1$$

$$c) \begin{cases} x + 8y = 0 \\ 8x - 4y = -15 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x + 8y = 0 \\ 8x - 4y = -15 \end{cases} \quad x = -8y; \quad 8(-8y) - 4y = -15; \quad -68y = -15;$$

$$y = \frac{15}{68}; \quad x = -\frac{30}{17}$$

3. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de reducción:

$$a) \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4x - 7y = 15 \end{cases}$$

Solución:

$$\text{Si multiplicamos la de arriba por dos: } \begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 4x - 7y = 15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x + 6y = 2 \quad (\times 2) \\ 4x - 7y = 15 \end{cases}$$

$$\text{Restamos ambas ecuaciones: } -13y = 35; \quad y = -1; \quad x = 2$$

$$b) \begin{cases} 3x - 6y = 39 \\ x + 3y = -2 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 3x - 6y = 39 \\ 2x + 6y = -4 \quad (\times 2) \end{cases} \quad \text{y en este caso sumamos ambas: } 5x = 35; \quad x = 7; \quad y = -3$$

$$c) \begin{cases} -2x - 6y = -12 \\ 3x + 4y = 8 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} -3x - 9y = -18 & (\times 3/2) \\ 3x + 4y = 8 \end{cases} \quad \text{y sumamos:}$$

$$-5y = -10; \quad y = 2; \quad x = 0$$

4. Resuelva cada uno de los siguientes sistemas por los tres métodos:

$$a) \begin{cases} 3x - 2y = 17 \\ 2x + 3y = -6 \end{cases}$$

Solución:

$$\text{- Igualación: } \begin{cases} x = \frac{17+2y}{3} \\ x = \frac{-6-3y}{2} \end{cases} \rightarrow \frac{17+2y}{3} = \frac{-6-3y}{2}$$

$$\text{luego: } 34 + 4y = -18 - 9y; \quad y = -4; \quad x = 3$$

$$\text{- Sustitución: } x = \frac{17+2y}{3}; \quad 2\left(\frac{17+2y}{3}\right) + 3y = -6; \quad 34 + 4y + 9y = -18$$

$$y = -4; \quad x = 3$$

$$\text{- Reducción: } \begin{cases} 3x - 2y = 17 \\ 2x + 3y = -6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 17 \\ 3x + \frac{9}{2}y = -9 & (\times 3/2) \end{cases}$$

$$\text{y restamos ambas: } \frac{13}{2}y = -26; \quad y = -4; \quad x = 3$$

$$b) \begin{cases} 3x + 7y = 12 \\ 4x - 4y = 16 \end{cases}$$

Solución:

$$\text{- Igualación: } \begin{cases} x = \frac{12-7y}{3} \\ x = \frac{16+4y}{4} = 4+y \end{cases} \rightarrow \frac{12-7y}{3} = 4+y \rightarrow 12-7y = 12+3y$$

$$y = 0; \quad x = 4$$

- Sustitución:

$$x = \frac{12-7y}{3}; \quad 4\left(\frac{12-7y}{3}\right) - 4y = 16; \quad 48 - 28y - 12y = 48$$
$$y = 0; \quad x = 4$$

- Reducción:

$$\begin{cases} 3x + 7y = 12 \\ 4x - 4y = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 7y = 12 \\ 3x - 3y = 12 \quad (\times 3/4) \end{cases}$$

Sumamos ambas: $4y = 0 \rightarrow y = 0; \quad x = 4$

$$c) \begin{cases} 2x + 6y = 0 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$

Solución:

- Igualación: $\begin{cases} x = \frac{-6y}{2} = -3y \\ x = 2 - 2y \end{cases} \rightarrow -3y = 2 - 2y; \quad y = -2; \quad x = 6$

- Sustitución:

$$\begin{cases} 2x + 6y = 0 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-6y}{2} = -3y \\ (-3y) + 2y = 2 \end{cases} \quad y = -2; \quad x = 6$$

- Reducción:

$$\begin{cases} 2x + 6y = 0 \\ x + 2y = 2 \quad (\times 2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 6y = 0 \\ 2x + 4y = 4 \end{cases} \quad \text{Restamos ambas: } 2y = -4;$$

luego: $y = -2; \quad x = 6$

5. Discuta los siguientes sistemas y resuelva cuando sea posible.

$$a) \begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + y + z = 3 \\ 2x + 3y + z = 6 \end{cases}$$

Solución:

$$\text{Tenemos: } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } A^* = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & 1 & | & 3 \\ 2 & 3 & 1 & | & 6 \end{pmatrix}$$

$$|A| = -2; \rightarrow \text{rg}(A) = 3 = \text{rg}(A^*) = n,$$

Sistema Compatible Determinado, de solución única:

$$x = 1; \quad y = 1; \quad z = 1$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y - z = 4 \\ 3x - y + z = 0 \\ 4x + z = 2 \end{cases}$$

Solución:

$$\text{Tenemos: } A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 4 \\ 3 & -1 & 1 & | & 0 \\ 4 & 0 & 1 & | & 2 \end{pmatrix}$$

$$|A| = -4; \rightarrow \text{rg}(A) = 3 = \text{rg}(A^*) = n$$

Sistema Compatible Determinado, de solución única:

$$x = 1; \quad y = 1; \quad z = -2$$